# 1 Définition et propriété

**Définition**

Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, où $a$ et $b$ sont des nombres réels donnés.

Cas particuliers :
Si $b = 0$ alors pour tout réel $x$, $f(x) = ax$. $f$ est une fonction linéaire.
Si $a = 0$, pour tout réel $x$, $f(x) = b$. $f$ est une fonction constante.

Exemples :
- La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 3$ est affine.
- La fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 5x$ est linéaire.
- La fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2$ est une fonction constante.

**Propriété**

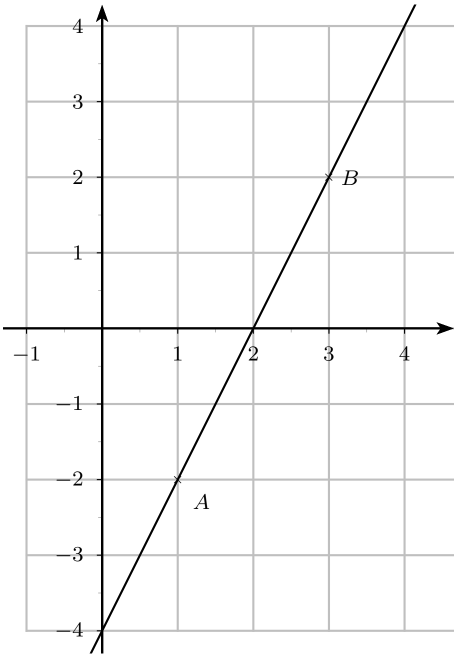
Dans un repère $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$, la représentation graphique de la fonction affine $f$ telle que $f(x) = ax + b$ est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.
Cette droite a pour équation $y = ax + b$.
$a$ est le coefficient directeur de cette droite et $b$ est l'ordonnée à l'origine ($f(0) = b$)

Rappel : $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

# 2 Méthodes pour obtenir la représentation graphique d'une fonction affine

## 2.1 Méthode à l'aide de deux points

Soit $f$ une fonction affine telle que $f(x) = 2x - 4$.
Si $x = 1$, alors $f(1) = -2$. Donc le point $(1; -2)$ est un point de la droite.
Si $x = 3$, alors $f(3) = 2$. Donc le point $(3; 2)$ est un point de la droite.
On place les deux points dans un repère, puis on trace la droite.

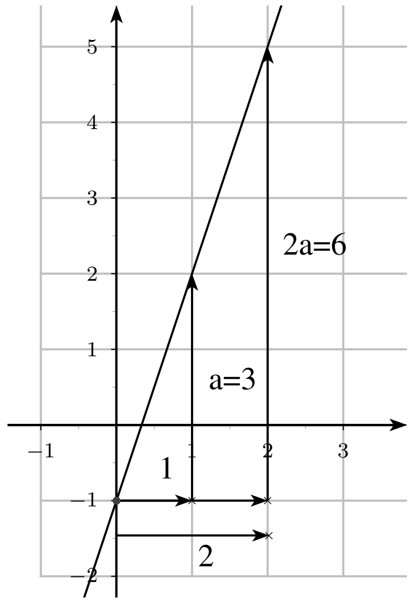


### EXERCICE 1

1. Déterminer une fonction affine $f$ telle que $f(0) = 5$ et $f(2) = 3$.
2. Déterminer une fonction affine $g$ telle que $f(-2) = 1$ et $g(3) = 6$.
3. Dans un même repère faire la représentation graphique des deux fonctions.

## 2.2 Méthode pour tracer une droite à partir de a et b.

Soit $f$ une fonction affine définie par $f(x) = 3x - 1$ et $\mathscr{D}$ la droite qui la représente dans un repère.
$a = 3$ et $b = -1$.
La droite va passer par $(0; -1)$.



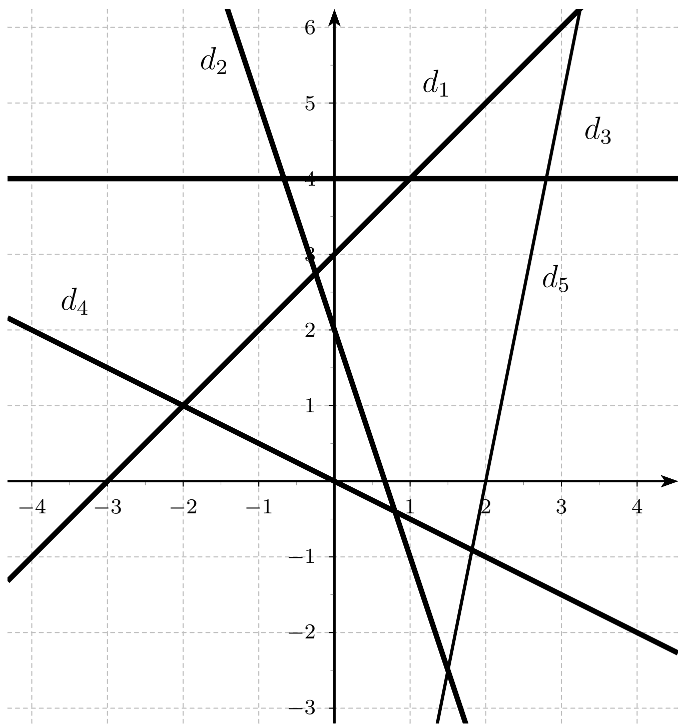

### EXERCICE 2

Dans un même repère, tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x + 5$
2. $g(x) = -x + 2$
3. $h(x) = 3 - 2x$
4. $i(x) = 2x$
5. $j(x) = \dfrac{2}{3}x + 1$

### EXERCICE 3

Compléter par lecture graphique le tableau suivant.




| Droite | Coefficient directeur | Ordonnée à l'origine |
|---|---|---|
| $d_1$ | | |
| $d_2$ | | |
| $d_3$ | | |
| $d_4$ | | |
| $d_5$ | | |

# 3 Sens de variation d'une fonction affine

Soit $f$ une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Cas n°1 : $a > 0$.
La fonction $f$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| Variation de $f$ | $\nearrow$ | |

Si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$.

Cas n°2 : $a < 0$.
La fonction $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| Variation de $f$ | $\searrow$ | |

Si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) > f(x_2)$.

**EXERCICE 4**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{pour } x \leqslant 2 \\ x - 2 & \text{pour } x \geqslant 2 \end{cases}$

1. Donner le tableau de variation de la fonction $f$.
2. Faire la représentation graphique de la fonction $f$.

# 4 Signe de $ax + b$

Si $a > 0$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variation de $f$ | | | $\nearrow$ | | |
| Signe de $ax + b$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Si $a < 0$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variation de $f$ | | | $\searrow$ | | |
| Signe de $ax + b$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

**EXERCICE 5**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{pour } x \leqslant 0 \\ 3x - 1 & \text{pour } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ -x + 5 & \text{pour } x \geqslant 2 \end{cases}$

1. Faire le tableau de variation de la fonction $f$.
2. Faire le tableau de signes de la fonction $f$.
3. Faire la représentation graphique la fonction $f$.