

Dans tout ce document $a \neq 0$.

1 Équation $ax + b = 0$

L'équation $ax + b = 0$ admet comme unique solution le nombre $\frac{-b}{a}$.

Exemple

$$\begin{aligned} 5x + 8 = 0 &\iff 5x = -8 \\ &\iff x = \frac{-8}{5} \\ &\iff x = -1,6 \\ S &= \{-1,6\} \end{aligned}$$

Exemple

$$\begin{aligned} -3x - 17 = 0 &\iff -3x = 17 \\ &\iff x = \frac{17}{-3} \\ &\iff x = -\frac{17}{3} \\ S &= \left\{-\frac{17}{3}\right\} \end{aligned}$$

2 Signe de l'expression $ax + b$

• Soit on retient :

Les deux cas suivants :

Si $a > 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	-	0	+

Si $a < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	+	0	-

Exemple

Signe de $5x + 8$.

x	$-\infty$	$-1,6$	$+\infty$
Signe de $5x + 8$	-	0	+

Exemple

Signe de $-3x - 17$.

x	$-\infty$	$-\frac{17}{3}$	$+\infty$
Signe de $-3x - 17$	+	0	-

• Soit on retient le cas général :

Tableau général :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	signe de l'opposé de a	0	signe de a

3 Signe d'un produit

Le signe d'un produit de la forme $(ax + b)(cx + d)$ dépend du signe de chaque facteurs.

Exemple

Étude du signe de $(x + 5)(-2x + 17)$

Etape 1 : Trouver quand $x + 5$ s'annule :

$$x + 5 = 0 \iff x = -5$$

Etape 2 : Trouver quand $-2x + 17$ s'annule :

$$2x - 17 = 0 \iff -2x = -17$$

$$\iff x = \frac{-17}{-2}$$

$$\iff x = 8,5$$

Etape 3 : Elaboration d'un tableau :

x	$-\infty$	-5	$8,5$	$+\infty$	
Signe de $x + 5$	-	0	+	+	
Signe de $-2x + 17$	+	+	0	-	
Signe de $(x + 5)(-2x + 17)$	-	0	+	0	-

À partir de ce tableau, on peut résoudre des inéquations.

Exemple

$$(x + 5)(-2x + 17) \geq 0 \iff x \in [-5; 8,5]$$

$$(x + 5)(-2x + 17) < 0 \iff x \in]-\infty; -5[\cup]8,5; +\infty[$$



EXERCICE 1

- Établir le tableau de signes de l'expression suivante : $(3x - 6)(-x + 2)$, définie pour tout réel x .
- Résoudre l'inéquation suivante : $(3x - 6)(-x + 2) > 0$

4 Signe d'un quotient

Le signe d'un quotient de la forme $\frac{ax + b}{cx + d}$ dépend du signe du numérateur et du dénominateur.



De plus il faudra interdire la valeur qui annule le dénominateur : La division par zéro n'est pas possible !

Exemple

Étude du signe de $\frac{-2x + 5}{x + 9}$

Etape 1 : Trouver quand $-2x + 5$ s'annule :

$$\begin{aligned} -2x + 5 = 0 &\iff -2x = -5 \\ &\iff x = \frac{-5}{-2} \\ &\iff x = 2,5 \end{aligned}$$

Etape 2 : Trouver quand $x + 9$ s'annule :

$$x + 9 = 0 \iff x = -9$$

On interdira ce nombre au niveau du quotient à l'aide d'une double barre.(||)

Etape 3 : Elaboration d'un tableau :

x	$-\infty$	-9	$2,5$	$+\infty$	
Signe de $-2x + 5$	+	0	+	-	
Signe de $x + 9$	-	0	+	+	
Signe de $\frac{-2x + 5}{x + 9}$	-		+	0	-

À partir de ce tableau, on peut résoudre des inéquations.

Exemple

$$\frac{-2x + 5}{x + 9} \geq 0 \iff x \in]-9; 2,5]$$

$$\frac{-2x + 5}{x + 9} < 0 \iff x \in]-\infty; -9[\cup]2,5; +\infty[$$



EXERCICE 2

1. Établir le tableau de signes de l'expression suivante : $\frac{2x + 8}{3 - x}$, définie pour tout réel $x \neq 3$.

2. Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{2x + 8}{3 - x} \leq 0$.